

**ESAME DI MATEMATICA DI BASE**  
**CORSI DI LAUREA IN INGEGNERIA**  
**PROVA SCRITTA DEL 1/10/10**

<i>matricola</i>	<i>cognome</i>	<i>nome</i>	<i>corso di laurea</i>

Risolvere al più 8 esercizi e barrare le caselle corrispondenti

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

1. Determinare l'equazione della circonferenza avente il centro sulla retta  $r$  di equazione  $y = 1$  e passante per i punti  $A = (3 + \sqrt{3}, 0)$  e  $B = (1, 1)$ . Calcolare inoltre i vertici del triangolo rettangolo isoscele circoscritto alla circonferenza e avente la base sulla retta  $x = 5$  e l'altezza sulla retta  $y = 1$ .

*Risultato:*

---

2. Dati i due polinomi a coefficienti reali dipendenti da un parametro

$$\begin{cases} f(x) = (k^3 + k^2 - 5k + 3)x^3 + (k - 1)x^2 + 2x - k \\ g(x) = (k^2 + 2k - 3)x^3 - (2k + 1)x^2 + kx - 1, \quad x \in \mathbf{R}, \end{cases}$$

stabilire per quali valori di  $k \in \mathbf{R}$  il grado di  $f$  è minore del grado di  $g$ .

*Risultato:*

---

3. In un triangolo  $ABC$  l'angolo  $\alpha$  con vertice in  $A$  è tale che  $\cos \alpha = 11/16$ , l'angolo  $\beta$  con vertice in  $B$  è tale che  $\cos \beta = 7/8$ , infine  $\overline{AB} = 4$ . Calcolare il perimetro del triangolo. Determinare inoltre le lunghezze dei lati del rettangolo  $FGHK$ , con  $K$  in  $AC$  e  $H$  in  $BC$ , la cui base  $FG$ , contenuta in  $AB$ , è doppia dell'altezza  $FK$ .

*Risultato:*

---

4. Risolvere l'equazione algebrica

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} - \frac{x + 2}{x + 1} = \frac{2x + 1}{1 - x - 2x^2}, \quad x \in \mathbf{R}.$$

*Risultato:*

---

5. Dato il triangolo isoscele  $ABC$  con base  $AB = 6a\sqrt{3}$  e angolo al vertice  $\hat{A}CB = 2\pi/3$ , si divida il lato  $BC$  in tre parti uguali mediante i punti  $M$  e  $N$ . Si determinino le lunghezze dei segmenti  $AM$  e  $AN$ .

*Risultato:*

---

6. Risolvere la disequazione

$$|x^2 + 2x - 3| \leq 2x + 6, \quad x \in \mathbf{R}.$$

*Risultato:*

---

7. Assegnate la circonferenza  $\mathcal{C}$  di equazione  $x^2 + y^2 - 2y - 1 = 0$ , la parabola  $\mathcal{P}$  di equazione  $4x + y^2 = 0$  e la retta  $r$  di equazione  $x - y = 0$ , trovare la retta  $t$  parallela ad  $r$  e tangente a  $\mathcal{C}$  e a  $\mathcal{P}$ . Inoltre, detti  $A$  e  $B$  i rispettivi punti di tangenza, determinare le coordinate dei vertici dei quadrati aventi un lato coincidente col segmento  $AB$ .

*Risultato:*

---

8. Risolvere la disequazione

$$\frac{2\sqrt{x+1}-1}{\sqrt{x+1}+1} + 1 \leq \sqrt{x+1}, \quad x \in \mathbf{R}.$$

*Risultato:*

---

9. Esternamente al triangolo equilatero  $ABC$  di lato  $2r$  costruire la semicirconferenza con diametro  $BC$ . Tracciare su di essa la corda  $PQ = BC/2$  parallela a  $BC$  e calcolare il perimetro del triangolo  $PAQ$  e il  $\cos \hat{P}AQ$ .

*Risultato:*

---

10. Risolvere la disequazione

$$\frac{2\cos^2 x - \operatorname{sen}2x}{1 - \operatorname{tang}^2 x} \geq 0, \quad x \in [0, 2\pi].$$

*Risultato:*

---