

ESAME DI MATEMATICA DI BASE
CORSI DI LAUREA IN INGEGNERIA
PROVA SCRITTA DEL 24/1/11

<i>matricola</i>	<i>cognome</i>	<i>nome</i>	<i>corso di laurea</i>

Risolvere al più 8 esercizi e barrare le caselle corrispondenti

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

1. Sulla semicirconferenza di diametro $AB = 2r$ si considerino i punti C e D tali che $AC = CD = 2DB$. Calcolare il perimetro del quadrilatero $ABCD$.

Risultato:

2. Si consideri il polinomio $P(x) = x^3 - hx^2 - x + h$, $h \in \mathbb{R}$.
a) Dire per quali valori di h , $x = h$ radice di $P(x)$;
b) dire quali sono i valori di h per i quali $x = h$ radice multipla di $P(x)$.

Risultato:

3. Dati il punto $A = (1, 2)$ e la retta r di equazione $3x - y - 6 = 0$, determinare la proiezione ortogonale H di A su r e i punti B di r tali che l'area del triangolo AHB sia 2.

Risultato:

4. Risolvere la disequazione irrazionale algebrica

$$\sqrt{|x-1|+1} \geq \frac{x}{2}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Risultato:

5. Si consideri il trapezio isoscele $ABCD$ in cui $AB = 5$ è la base maggiore, $BC = 3$ è un lato obliquo e $AC = 4$ la diagonale. Condotte dai vertici A e C le bisettrici degli angoli $C\hat{A}B$ e $A\hat{C}D$ rispettivamente e detti M e N i punti d'incontro di queste rette con BC e AD , dimostrare che le due bisettrici sono parallele e calcolare l'area del trapezio $AMCN$.

Risultato:

6. Data l'equazione

$$x^2 - kx + k - 4 = 0, \quad x \in \mathbf{R},$$

determinare i valori di $k \in \mathbf{R}$ tali che la somma dei quadrati delle soluzioni x_1 e x_2 sia 11.

Risultato:

7. Sono date la circonferenza \mathcal{C} di equazione $x^2 + y^2 = 4$ e la retta r di equazione $x + y = 0$. Scrivere le equazioni delle rette parallele ad r e tangenti a \mathcal{C} . Scrivere inoltre l'equazione della circonferenza contenuta nel I quadrante, tangente agli assi coordinati e tangente internamente a \mathcal{C} .

Risultato:

8. Risolvere la disequazione

$$\frac{2 \cos 2x + 2(\sqrt{3} + 1) \operatorname{sen} x - 2 - \sqrt{3}}{3 \operatorname{sen}^2 x - \cos^2 x} \geq 0, \quad x \in [-\pi, \pi].$$

(Sugg.: potrebbe risultare utile tener presente che $4 - 2\sqrt{3} = (\sqrt{3} - 1)^2$.)

Risultato:

9. Scrivere l'equazione della parabola \mathcal{P} che ammette come fuoco il punto $F = (1, -3/4)$ e come direttrice la retta $y = -5/4$. Trovare poi la retta tangente a \mathcal{P} e ortogonale alla retta $x - 2y + 2 = 0$.

Risultato:

10. Determinare i numeri $k \in \mathbf{R}$ tali che il sistema

$$\begin{cases} \frac{4}{x+3} < 1 \\ x - k^2(x-1) - x^2 > 0, \end{cases} \quad x \in \mathbf{R},$$

non ammetta soluzioni.

Risultato:
