ESAME DI MATEMATICA DI BASE

CORSI DI LAUREA IN INGEGNERIA

PROVA SCRITTA DEL 13/6/2011

matricola	*cognome*	*nome*	*corso di laurea*

Risolvere al più 8 esercizi e barrare le caselle corrispondenti

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

1. Sui lati AB, BC e CD di un quadrato di lato 10 si considerino rispettivamente i punti M, N e Q tali che $\overline{BN} = \overline{AM} + 3$ e $\overline{CQ} = \overline{AM} + 4$. Determinare $\overline{AM}$ in modo che l'area del quadrilatero $AMNQ$ sia 45.

Risultato:

---

2. Risolvere l'equazione irrazionale algebrica

$$\sqrt{2x-1} + \sqrt{x} = 2\,, \qquad x \in \mathbf{R}\,.$$

Risultato:

---

3. Scrivere le equazioni delle circonferenze tangenti alla retta di equazione $y = x - 1$ e passanti per i punti $A = (2,0)$ e $B = (3,0)$.

Risultato:

---

4. Risolvere la disequazione

$$|x^2 - 1| \leqslant 5x^2 - 2x\,, \qquad x \in \mathbf{R}\,.$$

Risultato:

---

5. In un triangolo ABC si ha $\overline{AB} = 1 + 1/\sqrt{3}$, $\text{tang} A\hat{C}B = 2 + \sqrt{3}$ e $\overline{CH} = 1$ essendo CH l'altezza relativa ad AB. Calcolare il perimetro del triangolo. (Sugg.: si consiglia di porre $x = \overline{AH}$, $y = \overline{HB}$, $A\hat{C}H = \alpha$ e $H\hat{C}B = \beta$).

Risultato:

---

6. Ricavare $\operatorname{tang} x$ dal sistema

$$\begin{cases} \operatorname{sen} x + \cos x = 7/5 \\ 2\operatorname{sen}^2 x + 3\cos^2 x + \operatorname{sen} x \cos x - 5\operatorname{sen} x = 3/25\,, \end{cases} \qquad x \in \mathbf{R}\,.$$

Risultato:

---

7. Scrivere l'equazione del luogo geometrico dei baricentri dei triangoli AOP dove $A = (0, 4)$, $O = (0, 0)$ e P percorre la parabola di equazione $y = x^2$.

Risultato:

---

8. Risolvere la disequazione

$$\frac{\cos 2x - \cos x}{\operatorname{sen} x} > 0\,, \qquad x \in [0, 2\pi]\,.$$

Risultato:

---

9. In un trapezio isoscele $ABCD$ la base maggiore AB ha lunghezza 5 e la diagonale BD ha lunghezza 4, inoltre BD e AD sono tra loro ortogonali. Sia M il punto della base minore CD tale che $\operatorname{tang}\alpha = 9/8$ essendo $\alpha = M\hat{A}B$. Calcolare l'area del trapezio $ABCM$.

Risultato:

---

10. Determinare i numeri $k \in \mathbf{R}$ tali che le soluzioni $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$ dell'equazione

$$(k + 1)x^2 - kx - 1 = 0$$

soddisfino la condizione

$$x_1 + x_2 + 2x_1x_2 = -\frac{1}{2}\,.$$

Risultato:
